Enigme du mois de mars 2020

En utilisant une fois et une seule chacun des chiffres 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 et 9, on aimerait écrire une addition dont la somme est 2020.

Est-il possible d'écrire une telle addition ? Si oui, laquelle ?

Dans le cas contraire, donnez la somme la plus proche de 2020 que vous avez obtenue.

Solution :

On ne peut pas obtenir le nombre 2020, et le nombre le plus proche qu'on peut obtenir est 2016 !

Explication :

- Commencer par s'approprier le problème en se rendant compte que certains chiffres devront être associés pour former des nombres de plusieurs chiffres (car 0 + 1 + 2 + … + 9 = 45, est très éloigné de 2020 !)
- Découvrir alors quelques contraintes sur les nombres à choisir. Par exemple, si on décide de prendre un nombre de quatre chiffres, il devra être inférieur à 2000…
- On peut alors choisir une addition utilisant tous les chiffres, puis procéder à des permutations et des regroupements de chiffres dans quelques termes pour s'approcher de 2020. Par exemple dans 1234 + 680 + 75 + 9 = 1998 si on échange le 9 et le 7 de 75 + 9, la somme augmente de 18 et l'on arrive à 2016,…
- La propriété - clé à découvrir par de multiples essais est que, lorsqu'on échange deux chiffres d'un terme ou de deux termes différents, on modifie la somme d'un multiple de 9 et, partant de la somme 0 + 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 = 45 (multiple de 9), comprendre que toutes les sommes que l'on peut ainsi former sont elles-mêmes des multiples de 9.
- Puisque 2020 n'est pas un multiple de 9, on ne peut pas l'obtenir, mais on peut espérer atteindre les multiples de 9 qui « encadrent » 2020, c'est-à-dire 2016 et 2025. Ce dernier est le plus près et devient donc l'objectif privilégié.
- En regroupant deux chiffres pour former une somme de 9 termes, on peut obtenir tous les multiples de 9, de 54 (10 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9) à 126 (98 + 0 + 1+ 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7).
- En regroupant trois chiffres pour former une somme de 8 termes, on obtient des multiples de 9 de 144 (102 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 +8 + 9) à 1008 (987 + 0 + 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6), insuffisants.
- Il faudra donc au moins deux regroupements de trois chiffres pour obtenir 2016, comme dans l'exemple suivant : 986 + 704 + 325 + 1 = 2016.
- Avec un seul regroupement de quatre chiffres, on obtient au mieux 1980 + 7 + 6 + 5 + 4 + 3 + 2 = 2007.
- Mais avec un regroupement de 4 chiffres et un de deux chiffres, on obtient de nombreuses solutions, par exemple : 2016 = 1970 + 23 + 4 + 5+ 6 + 8 = 1960 + 32 + 4 + 5 + 7 + 8 = 1950 + 42 + 3 + 6 + 7 + 8…